PROBABILIDADES

Lei dos grandes números

O número à volta do qual se aproxima a frequência relativa de um acontecimento quando o número de experiências cresce consideravelmente é um valor aproximado da probabilidade do acontecimento.

Axiomas

- I) $0 \leq P(A) \leq 1$
- II) $P(S) = 1$
- III) Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Teoremas

I $P(\emptyset) = 0$

II $0 \leq P(A) \leq 1$

III $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

IV Lei de Laplace

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

V $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Probabilidade Condicionada

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$p(A \cap B) = P(B) \times P(A \setminus B)$$

Acontecimentos Independentes

$$p(A \cap B) = P(B) \times P(A)$$

Teoremas

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

- $\mathbf{P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)}$

- $P(A \cup \bar{B}) = 1 - P(B) + P(A \cap B)$

- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

- $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$

- $p(A \backslash B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

- $P(A \cap B) = P(A \backslash B) \times P(B)$

- $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ *sse A e B são acontecimentos independentes*

- **Sejam P(A)=x e P(B)=y então** $\mathbf{\min(x,y) \leq P(A \cup B) \leq x+y}$ **e** $\mathbf{0 \leq P(A \cap B) \leq x+y-\max(x,y)}$

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Definição

Dada uma variável aleatória X que assume um número finito de valores distintos x_1, x_2, x_3, ..., x_n, então as probabilidade p_i =$P(X=x_i)$ devem satisfazer as seguintes condições:

- $0 \leq p_i \leq 1, \qquad i = 1, \ldots, n$
- $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

Média

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Desvio Padrão

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu) \times p_i$$

Distribuição Binomial

- È constituída por n provas idênticas
- Em cada prova da experiência apenas são possíveis dois resultados: o sucesso e o insucesso
- O resultado de cada prova é independente dos resultados obtidos anteriormente
- A probabilidade de sucesso A, que se representa por p, não varia de uma prova para outra.

$$P(X = K) = {}^{n}C_p \times p^r \times (1 - p)^{n-k}$$

Valor médio e variância

μ=npq $\qquad \sigma^2$=npq

Distribuição Normal

- È simétrica relativamente ao valor médio μ
- Tem um máximo para x= μ
- Quanto maior for o desvio padrão σ, mais achatada é a curva.
- A área compreendida entre a curva e o eixo dos xx =1

Exponenciais e Logaritmos

Potências de expoente racional

Potência de expoente natural:

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \cdots \times a}_{n \ \text{factores}}} \quad \forall n \in \mathbb{N},\ \forall a \in \mathbb{R}$$

Potências de expoente nulo:

$$\boxed{a^0 = 1},\ \forall a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Potências de expoente inteiro negativo:

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n},\ \forall n \in \mathbb{N},\ \forall a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$$

Potências de expoente fraccionário:

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}},\ \forall a \in \mathbb{R}^+,\ \forall m \in \mathbb{Z},\ \forall n \in \mathbb{N}$$

Definição de função logarítmica

Para a>0 e a $\neq$ 1

A função logarítmica com base a representa-se por

$f(x) = \log_a(x)$ sendo $\log_a(x) = y \Leftrightarrow a^y = x$

Propriedades da função logarítmica

- $\log_a(a) = 1$
- $\log_a(1) = 0$
- $\log_a(a^x) = x$
- $a^{\log_a(x)} = x$
- $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$
- $\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a(x) - \log_a(y)$
- $\log_a(x^p) = p\log_a(x)$
- $\log_a(x^{-1}) = -\log_a(x)$

Modelo Logístico

$$f(x) = \frac{N}{a + Ce^{-kt}}$$

- $\frac{N}{a}$ **é uma assimptota horizontal ao gráfico da função**
- **C e k são constantes positivas**

Nota:

- $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$
- $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$